

## Le principe du non vieillissement de la loi exponentielle

### Le principe général

Tout d'abord, ce *principe du non vieillissement* ne concerne bien que la *loi exponentielle*.

Ensuite, il doit être *appris*, car il restera toujours difficile de bien le mettre en lien avec notre perception du quotidien.

**Exemple** : considérons une ampoule dont la variable aléatoire étudiée est une durée de vie (en heures) qui suit une loi exponentielle.

Si on nous demande de calculer la probabilité que sa durée de vie dépasse 600 heures

Alors

$$\text{on cherche } P(X \geq 600)$$

Mais, *si on nous indique que l'ampoule fonctionne toujours au bout de 400 h*, et que l'on cherche la probabilité que sa durée de vie dépasse 600 heures

Alors

$$\text{on cherche } P_{X \geq 400}(X \geq 600)$$

DONC, on est dans le cadre d'une probabilité conditionnelle. C'est la probabilité de "*fonctionner après 600 h*" sachant que "*l'ampoule fonctionne toujours après 400 h*".

La *loi de non vieillissement* va nous amener à repartir "*de zéro*" à partir de 400 h, et donc il restera 200 h jusqu'à atteindre 600 h de fonctionnement.

On aura :

$$P_{X \geq 400}(X \geq 600) = P(X \geq 200)$$

### Des exemples de phrases rencontrées dans les exercices

→ Pour une loi exponentielle de paramètre 0,0001

Sachant qu'une ampoule sans défaut a déjà fonctionné pendant 7 000 heures, calculer la probabilité que sa durée de vie totale dépasse 12 000 heures.

$$\begin{aligned} \text{On a : } P_{t \geq 7000}(t \geq 12000) &= P(t \geq 5000) \\ &= e^{-0,0001 \times 5000} \approx 0,6065 \end{aligned}$$

→ Pour une loi exponentielle de paramètre 0,099

On choisit au hasard un composant parmi ceux qui fonctionnent encore au bout de 2 ans.

Déterminer la probabilité que ce composant ait une durée de vie supérieure à 7 ans.

$$\begin{aligned} \text{On a : } P_{t \geq 2}(t \geq 7) &= P(t \geq 5) \\ &= e^{-0,099 \times 5} \approx 0,6096 \end{aligned}$$

### Remarque

Pour parler du "*non vieillissement*", on peut aussi dire que la loi exponentielle est "*sans mémoire*".