Limite de suite et théorèmes de comparaison

Principe de base

SI on réussit à montrer qu'une suite (U_n) est, à partir d'un certain rang, *supérieure* à une autre suite (V_n)
ET que l'on sait que la suite (V_n) *diverge vers* $+\infty$,
ALORS on comprend très instinctivement que la suite (U_n) va également *diverger vers* $+\infty$!

Les théorèmes de comparaison

Si on a $U_n \geq W_n$ à partir d'un certain rang avec $\lim\limits_{n \to +\infty} W_n = +\infty$, alors on a $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$

Si on a $U_n \leq W_n$ à partir d'un certain rang avec $\lim\limits_{n \to +\infty} W_n = -\infty$, alors on a $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -\infty$

Des exemples d'application

<u>Exemple 1</u> : on suppose $U_n \geq n+3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

On sait que $\lim\limits_{n \to +\infty} (n+3) = +\infty$

Donc, par <u>comparaison</u>, on a $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$

<u>Exemple 2</u> : on suppose $U_n \leq -n^2+4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

On sait que $\lim\limits_{n \to +\infty} (-n^2+4) = -\infty$

Donc, par <u>comparaison</u>, on a $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -\infty$

Remarque : *il faut bien faire attention à respecter les hypothèses de ces théorèmes !!*

Par exemple, si on sait que $U_n \leq W_n$ avec $\lim\limits_{n \to +\infty} W_n = 9$,

alors on ne peut <u>rien</u> conclure pour (U_n) !