

Les probabilités conditionnelles - Définition

Point de départ

Pour bien comprendre ce qu'est une *probabilité conditionnelle*, il faut revenir sur le travail concernant les tableaux à double entrée. Prenons l'exemple suivant qui concerne les élèves d'un lycée :

	Pratiquent un sport (S)	Ne pratiquent pas de sport (\bar{S})	Total
Filles (F)	27	3	30
Garçons (G)	13	7	20
Total	40	10	50

On peut alors donner le résultat des probabilités suivantes (on imagine que l'on tire au hasard une fiche d'élève et que l'on regarde son profil) :

- la probabilité que l'élève soit une fille : $p(F) = \frac{30}{50} = 0,6$
- la probabilité que l'élève pratique du sport : $p(S) = \frac{40}{50} = 0,8$
- la probabilité que l'élève soit une fille ET qu'elle pratique du sport : $p(F \cap S) = \frac{27}{50} = 0,54$

Les probabilités conditionnelles

On aura des *probabilités conditionnelles* lorsque l'on se posera une des trois questions suivantes (qui sont équivalentes).

- *Quelle est la probabilité de pratiquer un sport SACHANT QUE l'élève est une fille ?*
- *PARMI les filles, quelle est la probabilité que l'élève pratique un sport ?*
- *On sait que l'élève est une fille. Quelle est la probabilité que l'élève pratique un sport ?*

On peut observer que cela correspond, en fait, à un changement d'univers dans le calcul de la probabilité : on se placera ici dans *l'univers des filles* (et non plus dans l'univers total de tous les élèves).

Notation

Il faut à tout prix bien respecter la notation des probabilités conditionnelles. L'univers dans lequel on se place doit s'écrire en *indice* !

On va calculer la probabilité de faire du sport sachant que l'élève est une fille → c'est $P_F(S)$.

$$\text{On a : } P_F(S) = \frac{27}{30} = 0,9$$

↑ on se place dans l'univers des 30 filles

Remarque :

Il faut bien surveiller la lettre qui est en indice. Sous peine de ne pas calculer la bonne probabilité !

La probabilité $P_S(F)$ correspond à la probabilité d'être une fille sachant que l'élève est sportif.

$$\text{On a : } P_S(F) = \frac{27}{40} = 0,675$$

← on se place dans l'univers des 40 sportifs