

## La convergence d'une suite

Le mot *convergence* est un mot du vocabulaire mathématiques (difficile de le croiser ailleurs !). Il signifie "qu'une suite numérique possède **une limite finie** (et **une seule**)", c'est à dire que la suite va tendre vers un *nombre réel* lorsque  $n$  va tendre vers  $+\infty$ .

Si une suite numérique ne converge pas, alors on dit qu'elle *diverge* (elle est *divergente*). Cela peut signifier que cette suite a une *limite infinie* ( elle tend vers  $+\infty$  ou vers  $-\infty$  ) ou qu'elle *n'a pas de limite* !!

### Des exemples

$$U_n = \frac{3}{n} \rightarrow \text{suite convergente vers } 0$$

$$U_n = -2 + \frac{1}{n} \rightarrow \text{suite convergente vers } -2$$

$$U_n = n^2 + 3 \rightarrow \text{suite divergente vers } +\infty$$

$$U_n = (-1)^n \rightarrow \text{suite divergente (pas de limite)}$$

**Théorème** : Dans beaucoup d'exercices , on va nous faire démontrer qu'une suite numérique est majorée (respectivement minorée) **ET** qu'elle est croissante (respectivement décroissante).

On pourra alors appliquer des théorèmes qui se résument ainsi :

**Si une suite numérique est croissante ET majorée , alors cette suite est convergente.**

**Si une suite numérique est décroissante ET minorée , alors cette suite est convergente.**

Exemple 1 : avec  $(U_n)$  croissante et  $U_n \leq 10$  .

La suite  $(U_n)$  est donc croissante et majorée par 10 .

Donc la suite  $(U_n)$  est convergente .

Exemple 2 : avec  $(V_n)$  décroissante et positive

La suite  $(V_n)$  est donc décroissante et minorée par 0 .

Donc la suite  $(V_n)$  est convergente .

**Remarque** : Il faudra se méfier des conclusions hâtives. Une suite croissante et majorée par le nombre 3 est forcément convergente , mais elle ne converge pas forcément vers ce nombre 3 !!