# Probabilités conditionnelles et suites

De plus en plus d'exercices du bac mélangent les probabilités conditionnelles avec l'étude d'une suite. Il faut donc s'entrainer avec un exerice type car, par exemple, la question 2 devra être traitée à l'aide d'un arbre de probabilités (et surtout pas en faisant une récurrence, ce qui pourrait être un premier réflexe)

**Enoncé** ( voir Bac S Liban 2018 Exercice 5 enseignement obligatoire)

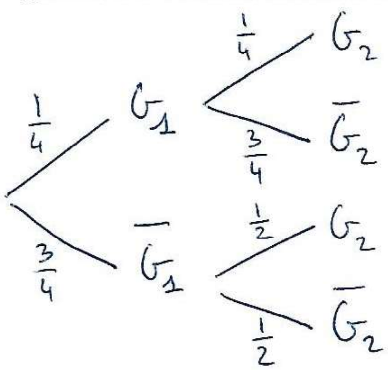
Un jeu de hasard sur ordinateur est paramétré de la façon suivante :

- Si le joueur gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est $\frac{1}{4}$ ;
- Si le joueur perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est $\frac{1}{2}$ ;
- La probabilité de gagner la première partie est $\frac{1}{4}$ .

Pour tout entier naturel $n$ non nul, on note $G_n$ l'événement « la $n^{\text{ième}}$ partie est gagnée » et on note $p_n$ la probabilité de cet événement. On a donc $p_1 = \frac{1}{4}$ .

1. Montrer que $p_2 = \frac{7}{16}$ .
2. Montrer que, pour tout entier naturel $n$ non nul, $p_{n+1} = -\frac{1}{4} p_n + \frac{1}{2}$ .

***Question 1*** : on fait un arbre de probabilité illustrant le lien entre la première partie et la deuxième partie.



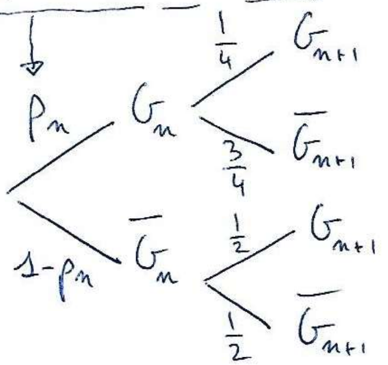

Avec la formule des probabilités totales, on a $p_2 = p(G_2) = p(G_2 \cap G_1) + p(G_2 \cap \overline{G_1})$

$$\rightarrow p_2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{16} + \frac{3}{8} = \frac{7}{16}$$

***Question 2*** : on fait un arbre de probabilité illustrant le lien entre la partie $n$ et la partie suivante $n + 1$ .

$\boxed{\text{Pn est l'inconnue}}$




Avec la formule des probabilités totales, on a $p_{n+1} = p(G_{n+1}) = p(G_n \cap G_{n+1}) + p(\overline{G_n} \cap G_{n+1})$

$$\rightarrow p_{n+1} = p_n \times \frac{1}{4} + (1 - p_n) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} p_n + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} p_n$$

$$\rightarrow p_{n+1} = -\frac{1}{4} p_n + \frac{1}{2}$$

$\boxed{\text{Les probabilités conditionnelles n'ont pas changé}}$

***Question 3*** : La suite de l'exercice consistera à travailler avec une suite auxiliaire $Vn = Pn - \frac{2}{5}$ . On montrera que cette suite ( $Vn$ ) est géométrique ( n'hésitez pas à le vérifier ! ).