

Comment passer à la loi centrée réduite
Pour retrouver μ ou σ

On pourrait parler d'un "*changement de variable*" et la consigne suivante est à bien travailler.
On y sait qu'une variable suit une *loi normale* dont on connaît l'espérance μ mais pas l'écart type σ .
On veut obtenir une probabilité donnée pour un encadrement connu de la variable. On va alors passer d'une *loi normale* pour laquelle on ne peut pas utiliser la calculatrice (puisque l'on ne connaît pas μ) à la *loi centrée réduite* pour laquelle on pourra utiliser la calculatrice (car on connaît $\mu = 0$ et $\sigma = 1$).

Énoncé

La société "Bonne Mamie" utilise une machine pour remplir à la chaîne des pots de confiture.
On note x la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture produit, associe la masse de confiture qu'il contient, exprimée en grammes. Dans le cas où la machine est correctement réglée, on admet que x suit une loi normale de moyenne $\mu = 125$ et d'écart type σ .

Question : Déterminer une valeur arrondie à l'unité près de σ telle que $P(123 \leq x \leq 127) = 0,68$

Solution

On part de : $P(123 \leq x \leq 127) = 0,68$

$$\rightarrow P(123 - \mu \leq x - \mu \leq 127 - \mu) = 0,68$$

$$\rightarrow P\left(\frac{123 - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{127 - \mu}{\sigma}\right) = 0,68$$

$$\rightarrow P\left(-\frac{2}{\sigma} \leq Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) = 0,68$$

on a remplacé
 μ par 125

avec $Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ qui suit la
loi normale centrée réduite

On utilise alors "InvNorm" ou "FracNorm"
sur la calculatrice, avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1$.

$$\rightarrow \text{on obtient } P(-0,994 \leq Z \leq 0,994) = 0,68$$

$$\text{soit } \frac{2}{\sigma} = 0,994 \rightarrow \sigma = \frac{2}{0,994}$$

$$\rightarrow \sigma \approx 2,012$$

$$\rightarrow \sigma \approx 2 \text{ (à l'unité près)}$$