Comment on lève des indéterminations par factorisation

Quand on se retrouve devant une *forme indéterminée*, il faut agir avec, en général, un calcul algébrique qui va permettre de remplacer l'écriture initiale par une autre écriture égale à la première, sauf qu'elle permettra , elle, de conclure pour la limite : on dit alors qu'on a *levé l'indétermination* !

Des exemples en utilisant des factorisations

L'idée sera alors de factoriser chaque partie des expressions par leur *terme prépondérant* (soit "le plus important"), qui sera, pour les polynômes, leur terme de plus haut degré.

Attention, dans un quotient, on ne factorisera pas forcément en haut et en bas par le même terme.

Exemple 1 : avec $U_n = \dfrac{6n+1}{2n+7}$ → F.I du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

↳ Forme Indéterminée

On a $\dfrac{6n+1}{2n+7} = \dfrac{n\left(6+\frac{1}{n}\right)}{n\left(2+\frac{7}{n}\right)} = \dfrac{6+\boxed{\frac{1}{n}}}{2+\boxed{\frac{7}{n}}}$

suites qui tendent vers 0

Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \dfrac{6}{2} = \boxed{3}$

Exemple 2 : avec $V_n = \dfrac{4n+2}{n^2-3n+6}$ → F.I du type $\dfrac{\infty}{\infty-\infty}$

On a $\dfrac{4n+2}{n^2-3n+6} = \dfrac{n\left(4+\frac{2}{n}\right)}{n^2\left(1-\frac{3}{n}+\frac{6}{n^2}\right)} = \dfrac{4+\boxed{\frac{2}{n}}}{n\left(1-\boxed{\frac{3}{n}}+\boxed{\frac{6}{n^2}}\right)}$

Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = \boxed{0}$ (limite du type $\dfrac{4}{+\infty\times 1}$)

suites qui tendent vers 0

Exemple 3 : avec $W_n = \dfrac{n^3-8}{2n^2+5}$ → F.I du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

On a $\dfrac{n^3-8}{2n^2+5} = \dfrac{n^3\left(1-\frac{8}{n^3}\right)}{n^2\left(2+\frac{5}{n^2}\right)} = \dfrac{n\left(1-\boxed{\frac{8}{n^3}}\right)}{2+\boxed{\frac{5}{n^2}}}$

suites qui tendent vers 0

Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} W_n = \boxed{+\infty}$ (limite du type $\dfrac{+\infty\times 1}{2}$)